

# Úvod do logiky



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Logika: systémový rámec rozvoje oboru v ČR a koncepce logických propedeutik pro mezioborová studia (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0216, OPVK)

# Čeho se týkají logické zákony?

Tři možnosti:

- (1) světa
- (2) myšlení
- (3) jazyka

# Čeho se týkají logické zákony?

Tři možnosti:

- (1) světa
- (2) myšlení
- (3) jazyka

# Čeho se týkají logické zákony?

Tři možnosti:

- (1) světa
- (2) myšlení
- (3) jazyka

# Čeho se týkají logické zákony?

Tři možnosti:

- (1) světa
- (2) myšlení
- (3) jazyka

# Logika jako věda o správném usuzování

Úsudek (argument) sestává z premis a závěru.

Úsudek má tvar  $A_1, \dots, A_n/B$ .

Úsudek je platný právě tehdy, když jeho závěr *vyplývá* z premis.

# Logika jako věda o správném usuzování

Úsudek (argument) sestává z premis a závěru.

Úsudek má tvar  $A_1, \dots, A_n/B$ .

Úsudek je platný právě tehdy, když jeho závěr *vyplývá* z premis.

# Logika jako věda o správném usuzování

Úsudek (argument) sestává z premis a závěru.

Úsudek má tvar  $A_1, \dots, A_n/B$ .

Úsudek je platný právě tehdy, když jeho závěr *vyplývá* z premis.



# Logika jako věda o správném usuzování

Úsudek (argument) sestává z premis a závěru.

Úsudek má tvar  $A_1, \dots, A_n/B$ .

Úsudek je platný právě tehdy, když jeho závěr *vyplývá* z premis.

# Příklady

- (1) Platný úsudek: Všichni lidé se bojí smrti. Kdo se bojí smrti, je zbabělec. Tudíž všichni lidé jsou zbabělci.
- (2) Neplatný úsudek: Všichni učitelé jsou roztržití. Franta je roztržitý. Tudíž Franta je učitel.

# Příklady

- (1) Platný úsudek: Všichni lidé se bojí smrti. Kdo se bojí smrti, je zbabělec. Tudíž všichni lidé jsou zbabělci.
- (2) Neplatný úsudek: Všichni učitelé jsou roztržití. Franta je roztržitý. Tudíž Franta je učitel.

# Příklady

- (1) Platný úsudek: Všichni lidé se bojí smrti. Kdo se bojí smrti, je zbabělec. Tudíž všichni lidé jsou zbabělci.
- (2) Neplatný úsudek: Všichni učitelé jsou roztržití. Franta je roztržitý. Tudíž Franta je učitel.

# Pojem vyplývání

Neformální kritérium: Závěr vyplývá z předpokladů právě tehdy, když *není možné*, aby předpoklady byly pravdivé a závěr nepravdivý.

# Pojem vyplývání

Neformální kritérium: Závěr vyplývá z předpokladů právě tehdy, když *není možné*, aby předpoklady byly pravdivé a závěr nepravdivý.

# Vyplývání a pravdivost

- Platný úsudek může mít nepravdivý závěr. Např.: *Všechna nebeská tělesa obíhají kolem Země. Slunce je nebeské těleso. Tudíž Slunce obíhá kolem Země.*
- Neplatný úsudek může mít pravdivé premisy a pravdivý závěr. Např.: *V ČR se vaří pivo. Měsíc obíhá kolem Země. Tudíž Miloš Zeman vyhrál v prezidentských volbách.*

# Vyplývání a pravdivost

- Platný úsudek může mít nepravdivý závěr. Např.: *Všechna nebeská tělesa obíhají kolem Země. Slunce je nebeské těleso. Tudíž Slunce obíhá kolem Země.*
- Neplatný úsudek může mít pravdivé premisy a pravdivý závěr. Např.: *V ČR se vaří pivo. Měsíc obíhá kolem Země. Tudíž Miloš Zeman vyhrál v prezidentských volbách.*



# Vyplývání a pravdivost

- Platný úsudek může mít nepravdivý závěr. Např.: *Všechna nebeská tělesa obíhají kolem Země. Slunce je nebeské těleso. Tudíž Slunce obíhá kolem Země.*
- Neplatný úsudek může mít pravdivé premisy a pravdivý závěr. Např.: *V ČR se vaří pivo. Měsíc obíhá kolem Země. Tudíž Miloš Zeman vyhrál v prezidentských volbách.*

# Obsahová platnost úsudku

První z následujících úsudků je platný, ale ne logicky, tj. ne na základě své formy. To je patrné z toho, že druhý z úsudků má stejnou formu a platný není.

- Dnes je pátek. Tudíž zítra je sobota.
- Dnes je čtvrtek. Tudíž zítra je sobota.

# Obsahová platnost úsudku

První z následujících úsudků je platný, ale ne logicky, tj. ne na základě své formy. To je patrné z toho, že druhý z úsudků má stejnou formu a platný není.

- Dnes je pátek. Tudíž zítra je sobota.
- Dnes je čtvrtek. Tudíž zítra je sobota.

# Obsahová platnost úsudku

První z následujících úsudků je platný, ale ne logicky, tj. ne na základě své formy. To je patrné z toho, že druhý z úsudků má stejnou formu a platný není.

- Dnes je pátek. Tudíž zítra je sobota.
- Dnes je čtvrtek. Tudíž zítra je sobota.

# Formální platnost úsudku

- Jestliže byl Karel dnes v práci, potkal se s Petrem. Karel se s Petrem nepotkal. Tudíž Karel dnes v práci nebyl.
- Jestliže je číslo  $n$  dělitelné šesti, tak je dělitelné dvěma. Číslo  $n$  není dělitelné dvěma. Tudíž číslo  $n$  není dělitelné šesti.
- Forma: Jestliže  $A$ , pak  $B$ . Není pravda, že  $B$ . Tudíž není pravda, že  $A$ .

# Formální platnost úsudku

- Jestliže byl Karel dnes v práci, potkal se s Petrem. Karel se s Petrem nepotkal. Tudíž Karel dnes v práci nebyl.
- Jestliže je číslo  $n$  dělitelné šesti, tak je dělitelné dvěma. Číslo  $n$  není dělitelné dvěma. Tudíž číslo  $n$  není dělitelné šesti.
- Forma: Jestliže  $A$ , pak  $B$ . Není pravda, že  $B$ . Tudíž není pravda, že  $A$ .

# Formální platnost úsudku

- Jestliže byl Karel dnes v práci, potkal se s Petrem. Karel se s Petrem nepotkal. Tudíž Karel dnes v práci nebyl.
- Jestliže je číslo  $n$  dělitelné šesti, tak je dělitelné dvěma. Číslo  $n$  není dělitelné dvěma. Tudíž číslo  $n$  není dělitelné šesti.
- Forma: Jestliže  $A$ , pak  $B$ . Není pravda, že  $B$ . Tudíž není pravda, že  $A$ .

# Formální platnost úsudku

- Jestliže byl Karel dnes v práci, potkal se s Petrem. Karel se s Petrem nepotkal. Tudíž Karel dnes v práci nebyl.
- Jestliže je číslo  $n$  dělitelné šesti, tak je dělitelné dvěma. Číslo  $n$  není dělitelné dvěma. Tudíž číslo  $n$  není dělitelné šesti.
- Forma: Jestliže  $A$ , pak  $B$ . Není pravda, že  $B$ . Tudíž není pravda, že  $A$ .



# Důležitá rozlišení

- Forma vs. obsah
- Normativní vs. deskriptivní
- Syntax vs. sémantika
- Objektový jazyk vs. metajazyk

# Důležitá rozlišení

- Forma vs. obsah
- Normativní vs. deskriptivní
- Syntax vs. sémantika
- Objektový jazyk vs. metajazyk

# Důležitá rozlišení

- Forma vs. obsah
- Normativní vs. deskriptivní
- Syntax vs. sémantika
- Objektový jazyk vs. metajazyk

# Důležitá rozlišení

- Forma vs. obsah
- Normativní vs. deskriptivní
- Syntax vs. sémantika
- Objektový jazyk vs. metajazyk

# Důležitá rozlišení

- Forma vs. obsah
- Normativní vs. deskriptivní
- Syntax vs. sémantika
- Objektový jazyk vs. metajazyk

# Aristotelés (384-322 př. n. l.)

- Zakladatel logiky, Aristotelova logika se nazývá sylogistika
- Organon - šest spisů:
  - Kategorie (pojem)
  - O vyjadřování (soud)
  - První analytiky (úsudek)
  - Druhé analytiky (vědecká metoda)
  - Topiky + O sofistických důkazech (dialektika, argumentace)

# Aristotelés (384-322 př. n. l.)

- Zakladatel logiky, Aristotelova logika se nazývá sylogistika
- Organon - šest spisů:
  - Kategorie (pojem)
  - O vyjadřování (soud)
  - První analytiky (úsudek)
  - Druhé analytiky (vědecká metoda)
  - Topiky + O sofistických důkazech (dialektika, argumentace)

# Aristotelés (384-322 př. n. l.)

- Zakladatel logiky, Aristotelova logika se nazývá sylogistika
- Organon - šest spisů:
  - Kategorie (pojem)
  - O vyjadřování (soud)
  - První analytiky (úsudek)
  - Druhé analytiky (vědecká metoda)
  - Topiky + O sofistických důkazech (dialektika, argumentace)



# Stoická logika

- Rozdělení filosofie na fyziku, etiku a logiku
- Fyzika studuje empirický svět, etika svět lidský a logika reprezentaci těchto světů v jazyce či v mysli
- Aristotelovská tradice má blíže k predikátové logice. Stoická logika odpovídá spíše logice výroků.

# Stoická logika

- Rozdělení filosofie na fyziku, etiku a logiku
- Fyzika studuje empirický svět, etika svět lidský a logika reprezentaci těchto světů v jazyce či v mysli
- Aristotelovská tradice má blíže k predikátové logice. Stoická logika odpovídá spíše logice výroků.

# Stoická logika

- Rozdělení filosofie na fyziku, etiku a logiku
- Fyzika studuje empirický svět, etika svět lidský a logika reprezentaci těchto světů v jazyce či v mysli
- Aristotelovská tradice má blíž k predikátové logice. Stoická logika odpovídá spíše logice výroků.

# Stoická logika

- Rozdělení filosofie na fyziku, etiku a logiku
- Fyzika studuje empirický svět, etika svět lidský a logika reprezentaci těchto světů v jazyce či v mysli
- Aristotelovská tradice má blíže k predikátové logice. Stoická logika odpovídá spíše logice výroků.

# Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Idea univerzálního symbolického jazyka, v němž by bylo možno nahradit uvažování výpočtem

# Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Idea univerzálního symbolického jazyka, v němž by bylo možno nahradit uvažování výpočtem

# George Boole (1815-1864)

Uplatnění algebraických metod v logice

# George Boole (1815-1864)

Uplatnění algebraických metod v logice



# Gottlob Frege (1848-1925)

- Zakladatel moderní logiky (*Begriffsschrift*, 1879)
- Kritika psychologismu
- Logicismus: redukce matematiky na logiku

# Gottlob Frege (1848-1925)

- Zakladatel moderní logiky (*Begriffsschrift*, 1879)
- Kritika psychologismu
- Logicismus: redukce matematiky na logiku

# Gottlob Frege (1848-1925)

- Zakladatel moderní logiky (*Begriffsschrift*, 1879)
- Kritika psychologismu
- Logicismus: redukce matematiky na logiku

# Gottlob Frege (1848-1925)

- Zakladatel moderní logiky (*Begriffsschrift*, 1879)
- Kritika psychologismu
- Logicismus: redukce matematiky na logiku

# David Hilbert (1862-1943)

- Hilbertův program
- Axiomatická metoda, teorie důkazů

# David Hilbert (1862-1943)

- Hilbertův program
- Axiomatická metoda, teorie důkazů

# David Hilbert (1862-1943)

- Hilbertův program
- Axiomatická metoda, teorie důkazů

# Bertrand Russell (1872-1970)

- Monumentální dílo *Principia Mathematica* (1910-1913)
- Spoluautor A.N. Whitehead
- Snaha o bezesporné položení základů matematiky



# Bertrand Russell (1872-1970)

- Monumentální dílo *Principia Mathematica* (1910-1913)
- Spoluautor A.N. Whitehead
- Snaha o bezesporné položení základů matematiky

# Bertrand Russell (1872-1970)

- Monumentální dílo *Principia Mathematica* (1910-1913)
- Spoluautor A.N. Whitehead
- Snaha o bezesporné položení základů matematiky

# Bertrand Russell (1872-1970)

- Monumentální dílo *Principia Mathematica* (1910-1913)
- Spoluautor A.N. Whitehead
- Snaha o bezesporné položení základů matematiky

# Alfred Tarski (1902-1983)

- Teorie modelů
- Přesná definice pojmu pravdivosti ve formálních jazycích (tzv. Tarského definice pravdy)

# Alfred Tarski (1902-1983)

- Teorie modelů
- Přesná definice pojmu pravdivosti ve formálních jazycích (tzv. Tarského definice pravdy)

# Alfred Tarski (1902-1983)

- Teorie modelů
- Přesná definice pojmu pravdivosti ve formálních jazycích (tzv. Tarského definice pravdy)

# Kurt Gödel (1906-1978)

- Gödelovy věty o neúplnosti aritmetiky
- Konec Hilbertova programu

# Kurt Gödel (1906-1978)

- Gödelovy věty o neúplnosti aritmetiky
- Konec Hilbertova programu



# Kurt Gödel (1906-1978)

- Gödelovy věty o neúplnosti aritmetiky
- Konec Hilbertova programu

# Autoreferenční věty

Je následující věta pravdivá nebo nepravdivá?

- Tato věta je nepravdivá.

# Autoreferenční věty

Je následující věta pravdivá nebo nepravdivá?

- Tato věta je nepravdivá.

# Russellův paradox

Je množina množin, které nejsou svým vlastním prvkem, svým vlastním prvkem?

# Russellův paradox

Je množina množin, které nejsou svým vlastním prvkem, svým vlastním prvkem?

# Paradox holiče

V jedné vesnici žije holič, který holí právě ty, kdo neholí sami sebe. Holí tento holič sám sebe?

# Paradox holiče

V jedné vesnici žije holič, který holí právě ty, kdo neholí sami sebe. Holí tento holič sám sebe?

# Grellingův paradox

Výraz je heterologický, když není sám na sebe pravdivě aplikovatelný. Výraz je autologický, když je sám na sebe pravdivě aplikovatelný. Je výraz „heterologický“ heterologický?



# Grellingův paradox

Výraz je heterologický, když není sám na sebe pravdivě aplikovatelný. Výraz je autologický, když je sám na sebe pravdivě aplikovatelný. Je výraz „heterologický“ heterologický?

# Berryho paradox

Všech českých výrazů obsahujících méně než sto slov je pouze konečně mnoho. Jen některé z těchto výrazů definují jednoznačně nějaké přirozené číslo. Všech přirozených čísel je však nekonečně mnoho. Proto musí existovat přirozené číslo, které žádným výrazem obsahujícím méně než sto slov nelze definovat. Jaké číslo definuje výraz „nejmenší přirozené číslo, které není možné definovat pomocí výrazu o méně než sto slovech“?

# Berryho paradox

Všech českých výrazů obsahujících méně než sto slov je pouze konečně mnoho. Jen některé z těchto výrazů definují jednoznačně nějaké přirozené číslo. Všech přirozených čísel je však nekonečně mnoho. Proto musí existovat přirozené číslo, které žádným výrazem obsahujícím méně než sto slov nelze definovat. Jaké číslo definuje výraz „nejmenší přirozené číslo, které není možné definovat pomocí výrazu o méně než sto slovech“?